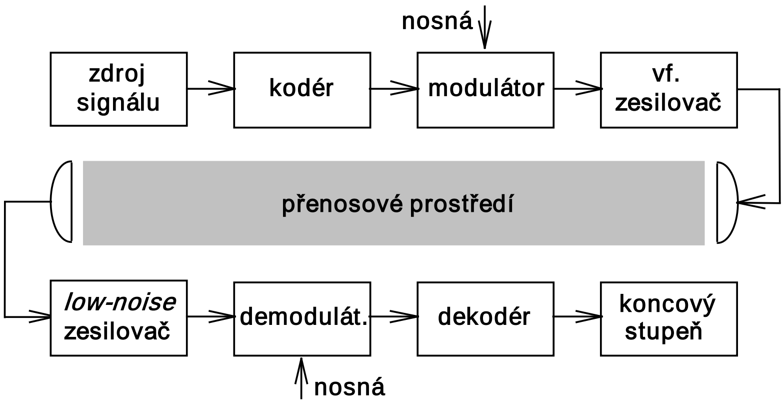
1 Kmitočtové filtry

Pro bezdrátový přenos je kritické šíření elektromagnetické vlny přenosovým prostředím (viz obr. 1.1). V tomto prostředí může být totiž elektromagnetická vlna nesoucí náš signál rušena (úmyslně či neúmyslně) dalšími zdroji vlnění.

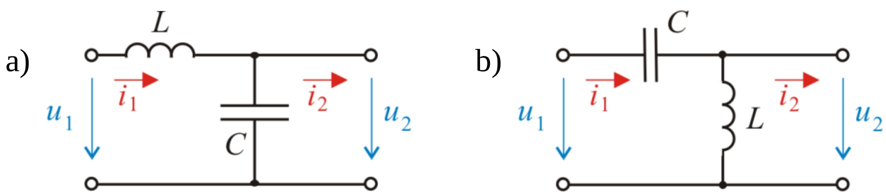


Obr. 1.1 *Blokové schéma bezdrátového komunikačního řetězce.*

Pokud se rušivý signál šíří na jiných kmitočtech nežli signál užitečný, můžeme oba signály oddělit tzv. kmitočtovým filtrem. Kmitočtový filtr je dvojbran, který signály určitých kmitočtů propouští ze vstupní brány na bránu výstupní (tzv. propustné kmitočtové pásmo) a signály ostatních kmitočtů odráží od vstupní brány zpět ke zdroji (tzv. zádržné kmitočtové pásmo).

Kmitočtové filtry můžeme podle pásma propustnosti rozdělit do čtyř skupin:

- Dolní propust. Ze vstupní brány na bránu výstupní jsou přenášeny signály nízkých kmitočtů a signály vysokých kmitočtů jsou od vstupní brány odráženy. Jednoduchá dolní propust je nakreslena na obr. 1.2a.



Obr. 1.2 *a) Dolní propust, b) horní propust.*

Pokud je kmitočet signálu velmi nízký $f \to 0$:

- Na induktoru v podélné větvi dojde k zanedbatelnému úbytku napětí $u_L = j\omega L\ i_L$, kde $\omega = 2\pi f$ je úhlový kmitočet signálu, L je indukčnost induktoru (cívky) a i_L je proud cívkou. Vstupní a výstupní napětí se tedy budou rovnat $u_1 = u_2$.
- Na kapacitoru v příčné větvi dojde k zanedbatelnému úbytku proudu $i_C = j\omega C\ u_C$, kde C je kapacita kapacitoru (kondenzátoru) a u_C je napětí na kondenzátoru. Vstupní a výstupní proud se tedy budou rovnat $i_1 = i_2$.

Pro nízký kmitočet jsou signály na vstupní a výstupní bráně stejné. Pokud je však kmitočet signálu velmi vysoký $f \to \infty$:

- Napětí na kapacitoru v příčné větvi je velmi malé $u_C = i_C / j\omega C$. To znamená, že výstupní napětí u_2 se blíží nule.
- Proud induktorem se rovněž blíží nule $i_L = u_L / j\omega L$. To znamená, že i výstupní proud i_2 je nulový.

Pro vysoký kmitočet jsou signály na výstupní bráně nulové. Dolní propust tedy signály nízkých kmitočtů propouští a signály vysokých kmitočtů zadržuje.

- Horní propust je nakreslena na obr. 1.2 vpravo. Ve struktuře filtru jsme mezi sebou vyměnili cívku a kondenzátor. Díky tomu jsme dosáhli komplementárních vlastností dvojbranu – signály vysokých kmitočtů jsou ze vstupní brány propouštěny na bránu výstupní a signály nízkých kmitočtů jsou od vstupní brány odráženy zpět ke zdroji (k přijímací anténě).
- Pásmová propust. Pásmovou propust si můžeme představit jako kaskádní zapojení dolní propusti (omezuje pásmo propouštěných frekvencí shora f_{max}) a horní propusti (omezuje pásmo propuštěných frekvencí zespodu f_{min}). Díky tomu filtrem procházejí signály o kmitočtech z intervalu $<f_{min}, f_{max}>$.

  V komunikačním řetězci (obr. 1.1) řadíme pásmovou propust mezi přijímací anténu a vstupní zesilovač. Díky tomu vstupují do přijímače pouze signály z kmitočtového pásma, které obsahuje užitečný signál.
- Pásmová zádrž má vlastnosti komplementární k vlastnostem pásmové propusti. To znamená, že signály s kmitočty $f \in <f_{min}, f_{max}>$ jsou od vstupní brány filtru odráženy zpět ke zdroji a signály mimo tento kmitočtový interval filtrem procházejí.

Cvičení 1.1

Vypočítejte přenosovou charakteristiku dolní propusti z obr. 1.2a.

Řešení

Přenosová charakteristika filtru je rovna kmitočtové závislosti napětí na výstupní bráně $U_2(\omega)$ při jednotkovém napětí na bráně vstupní $U_1(\omega) = 1$, tj.

$$S_{21}(\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1(\omega)} \tag{1.1}$$

Vstupní napětí $U_1(\omega)$ je součtem napětí na kondenzátoru a na cívce

$$U_1 = \frac{I_1}{j\omega C} + j\omega L\, I_1 = \frac{1-\omega^2 LC}{j\omega C} I_1 \tag{1.2}$$

Odtud vypočteme proud kondenzátorem a cívkou

$$I_1 = \frac{j\omega C}{1-\omega^2 LC} U_1 \tag{1.3}$$

A výstupní napětí

$$U_2 = \frac{I_1}{j\omega C} = \frac{U_1}{1-\omega^2 LC} \tag{1.4}$$

S uvážením jednotkového vstupního napětí dostáváme přenos

$$S_{21} = \frac{1}{1-\omega^2 LC} \tag{1.5}$$

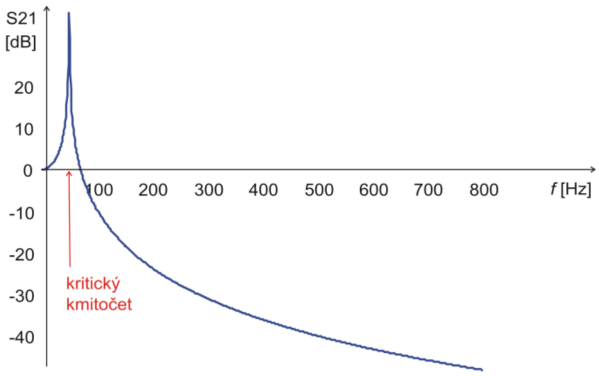
Velikost činitele přenosu většinou vyjadřujeme v decibelech[1]:

$$\left[S_{21}\right]_{dB} = 20\log\left(S_{21}\right) \tag{1.6}$$

Nyní stačí vztah (1.6) přepsat do MATLABu:

```
L  = 1e-3;                      % indukčnost cívky
C  = 1e-2;                      % kapacita kondenzátoru

f  = 1:1000;
om = 2*pi*f;

S21 = abs( 1./(1-om.^2*L*C));     % přenos
figure; plot( f, 20*log10(S21))
```

Z uvedeného skriptu je zřejmé, že předpokládáme indukčnost cívky L = 1 mH a kapacitu kondenzátoru C = 10 mF. Přenosovou charakteristiku vykreslujeme v kmitočtovém pásmu do 1 kHz. Z posledního řádku skriptu je zřejmé, že dekadický logaritmus počítá m-funkce `log10`.



Obr. 1.3 *Přenosová charakteristika dolní propusti tvořené LC článkem.*

Vypočtená přenosová charakteristika je vykreslena na obr. 1.3. V charakteristice nelze přehlédnout výrazné maximum na frekvenci

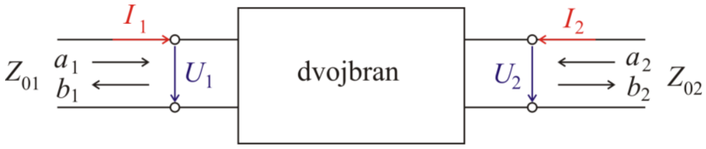
$$f_{rez} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}} = 50{,}3\,\mathrm{Hz} \tag{1.7}$$

Říkáme, že na kmitočtu f_{rez} je obvod v rezonanci. Napětí na cívce je v rezonanci je stejně velké, ale opačně orientované jako napětí na kondenzátoru. Magnetická energie se z cívky přelévá do elektrické energie kondenzátoru a naopak. Toto přelévání energie mezi

[1] Pokud je hodnota činitele přenosu S_{21} = 0 dB, je veškerá energie signálu ze vstupní brány přenesena na bránu výstupní. Je-li S_{21} = –10 dB, je ze vstupní brány přenesena na výstupní bránu jedna desetina energie; 90% energie vstupní brána odráží zpět ke zdroji. Při hodnotě S_{21} = –20 dB přenášíme ze vstupní brány na bránu výstupní jednu setinu energie a 99% odrážíme zpět ke zdroji.

Význačnou hodnotou je S_{21} = –3 dB. Při této hodnotě přenosu je polovina energie odražena a polovina energie projde na výstupní bránu.

kondenzátorem a cívkou se projevuje kmitáním obvodu. Kmitočet kmitů závisí na indukčnosti cívky L a kapacitě kondenzátoru C a lze jej vypočíst dle vztahu (1.7).



Obr. 1.4 *Schématické znázornění dvojbranu.*

Dvojbrany z obr. 1.2 můžeme obecně vyjádřit schématem z obr. 1.4. Symbol a reprezentuje signál, který do brány vstupuje (a_1 vstupuje do vstupní brány a a_2 vstupuje do brány výstupní). Symboly b vyjadřují signály, které z bran vystupují (b_1 vystupuje ze vstupní brány a b_2 vystupuje z brány výstupní). Na základě signálů a a b pak můžeme vyjádřit:

- Činitele odrazu na vstupní bráně jako poměr signálu odraženého od vstupní brány b_1 k signálu dopadajícímu na vstupní bránu a_1:

$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} \tag{1.8a}$$

- Činitele přenosu ze vstupní brány na výstupní bránu jako poměr signálu opouštějícího výstupní bránu b_2 k signálu dopadajícímu na vstupní bránu a_1:

$$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} \tag{1.8b}$$

- Činitele zpětného přenosu z výstupní brány na vstupní bránu jako poměr signálu opouštějícího vstupní bránu b_1 k signálu dopadajícímu na výstupní bránu a_2:

$$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0} \tag{1.8c}$$

- Činitele odrazu na výstupní bráně jako poměr signálu odraženého od výstupní brány b_2 k signálu dopadajícímu na výstupní bránu a_2:

$$S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0} \tag{1.8d}$$

Výše uvedené vztahy můžeme soustředit do jedné maticové rovnice

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

Sloupcový vektor **b** na levé straně (1.9) je vektorem signálů, které vytékají ze vstupní a výstupní brány. Vektor **a** na pravé straně (1.9) je vektorem signálů vtékajících do dvojbranu. Čtvercová matice **S** na pravé straně (1.9) se nazývá rozptylovou maticí.

Matematicky můžeme vztah (1.9) přepočítat tak, abychom na levé straně rovnice měli napětí a proud na vstupní bráně (U_1, I_1) a aby na pravé straně rovnice vystupovalo napětí a proud na bráně výstupní (U_2, I_2):

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \tag{1.10}$$

Pro jednotlivé prvky matice ABCD pak platí:

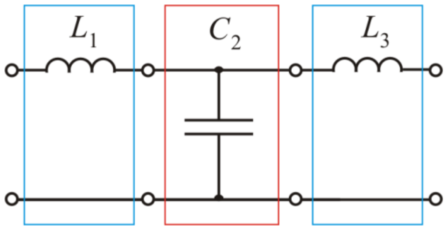
$$A = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0} \tag{1.11a}$$

$$B = \left.\frac{U_1}{-I_2}\right|_{U_2=0} \tag{1.11b}$$

$$C = \left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0} \tag{1.11c}$$

$$D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{U_2=0} \tag{1.11d}$$

Kouzlo popisu dvojbranu vztahem (1.10) spočívá v možnosti vyjádřit kaskádní řazení několika dvojbranů (viz obr. 1.5) součinem jejich ABCD matic.



Obr. 1.5 *Článek T jako kaskádní řazení tří dvojbranů.*

Uvědomíme-li si, že obvod z obr. 1.5 je kaskádou sestávající z podélného induktoru L_1, příčného kapacitoru C_2 a podélného induktoru L_3, bude ABCD matice obvodu rovna

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & j\omega L_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C_2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & j\omega L_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.12}$$

Ze vztahu (1.12) je vidět následující:

- Pokud dvojbran obsahuje pouze impedanci Z v podélné větvi, na hlavní diagonále ABCD matice jsou jedničky a nad hlavní diagonálou je hodnota této impedance. Připomeňme, že impedance je poměr napětí na prvku a proudu prvkem ($Z = U / I$). Impedance cívky je $Z_L = j\omega L$.
- Pokud dvojbran obsahuje pouze admitanci Y v příčné větvi, na hlavní diagonále ABCD matice jsou jedničky a pod hlavní diagonálou je hodnota této admitance. Připomeňme, že admitance je poměr proudu prvkem a napětí na prvku ($Y = I/U = 1/Z$). Admitance kondenzátoru je $Y_C = j\omega C$.

Ze známé ABCD matice můžeme snadno vypočítat činitele odrazu na vstupní bráně

$$S_{11} = \frac{A + \dfrac{B}{Z_0} - CZ_0 - D}{A + \dfrac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \tag{1.13a}$$

a činitele přenosu ze vstupní brány na bránu výstupní

$$S_{21} = \frac{2}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} \tag{1.13b}$$

Cvičení 1.2

Využijte ABCD parametrů pro výpočet přenosové charakteristiky filtru z obr. 1.5.

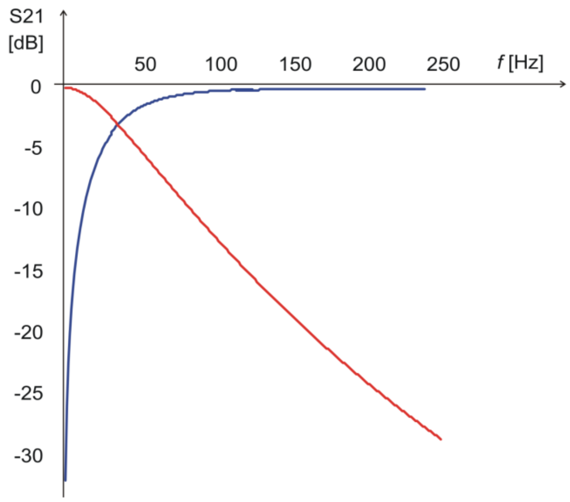
Řešení:

Řešení tohoto úkolu je relativně snadné. Stačí nám podle (1.12) sestavit ABCD matici filtru, a následně tuto matici přepočítat na činitele odrazu na vstupní bráně S_{11} (vztah 1.13a) činitele přenosu ze vstupní na výstupní bránu S_{21} (vztah 1.13b):

```
L  = 1e-3;              % indukčnost cívky
C  = 1e-2;              % kapacita kondenzátoru
Z0 = 1;                 % charakteristická impedance

N  = 1000;              % počet harmonických
f  = 1:N;               % kmitočtové spektru

for n=1:length( f)
    om  = 2*pi*f(n);
    ML1 = [ 1, 1i*om*L; 0, 1];     % ABCD L
    MC2 = [ 1, 0; 1i*om*C, 1];     % ABCD C
    ML3 = [ 1, 1i*om*L; 0, 1];     % ABCD L
    M   = ML1*MC2*ML3;

    num = M(1,1)+M(1,2)/Z0-M(2,1)*Z0-M(2,2);
    den = M(1,1)+M(1,2)/Z0+M(2,1)*Z0+M(2,2);
    S11(n) = num/den;
    S21(n) = 2/den;
end

N4 = floor( N/4);       % dolní čtvrtina spektra
figure
plot( f(1:N4), 20*log10( abs( S11(1:N4))), 'b')
hold on
plot( f(1:N4), 20*log10( abs( S21(1:N4))), 'r')
```

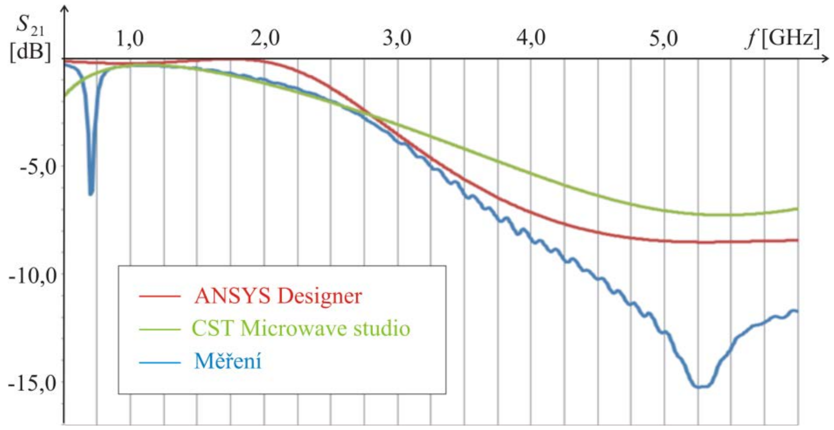
Výsledek analýzy filtru je vykreslen na obr. 1.6. Červenou barvou je vykreslen kmitočtový průběh činitele přenosu S_{21}, modrou barvou činitele odrazu na vstupní bráně. Porovnáme-li průběh činitele odrazu s průběhem na obr. 1.3, můžeme učinit následující závěry:

- Je-li výpočet charakteristiky založen na ABCD matici, neprojeví se rezonanční charakter obvodu. Při rozdělení filtru na kaskádu tří dvojbranů tyto dvojbrany od sebe vzájemně izolujeme. Popis tedy nemůže postihnout přelévání energie mezi kapacitory a induktory.
- Jelikož kapacita kapacitoru a indukčnosti induktorů jsou stejné jako u filtru z obr. 1.5 i u LC článku, musí i frekvence f_{rez} (vztah 1.7) vyjít pro oba obvody stejně. Oba dvojbrany mají tedy stejný mezní kmitočet (pokles S_{21} na hodnotu –3 dB).
- Rostoucí počet prvků filtru vede na strmější pokles přenosu S_{21} s kmitočtem. Počet prvků udává řád filtru. Čím vyšší je řád filtru, tím strmější je pokles přenosové charakteristiky s kmitočtem.



Obr. 1.6 *Přenosová charakteristika dolní propusti tvořené dvěma podélnými induktory a jedním příčným kapacitorem: činitel přenosu (červená), činitel odrazu (modrá).*

Charakteristiky skutečných filtrů se však od ideálního kmitočtového průběhu z obr. 1.6 bohužel odlišují. Příkladem je skutečná dolní propust (obr. 1.7), jejíž přenosová charakteristika byla jednak vypočítána ve dvou elektromagnetických simulátorech (červený a zelený průběh) a jednak změřena obvodovým analyzátorem v laboratoři (modrá). Vidíme, že všechny tři kmitočtové průběhy se od sebe liší.

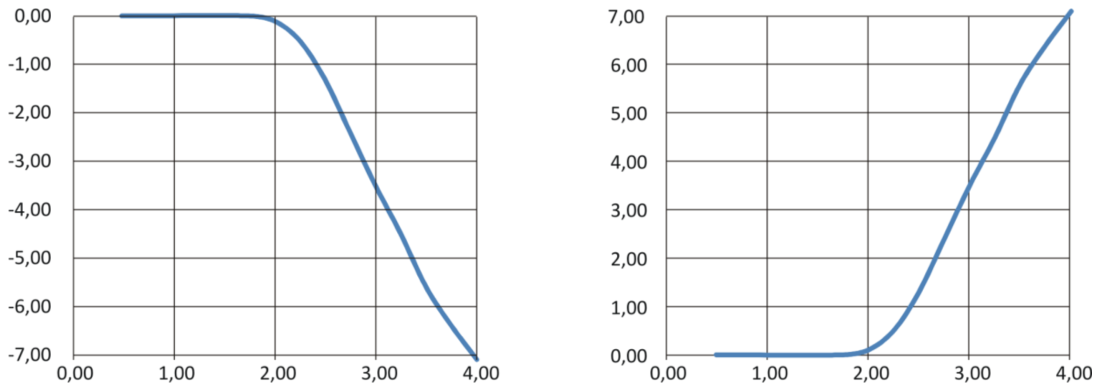


Obr. 1.7 *Přenosová charakteristika skutečného filtru: simulace v programu ANSYS Designer (červená), simulace v programu CST Microwave Studio (zelená), změřená charakteristika (modrá).*

Prvním krokem při návrhu filtru je proto stanovení optimálního kmitočtového průběhu činitele přenosu filtru. Namísto činitele přenosu někdy pracujeme s činitelem útlumu filtru, což je záporná hodnota činitele přenosu vyjádřeného v decibelech

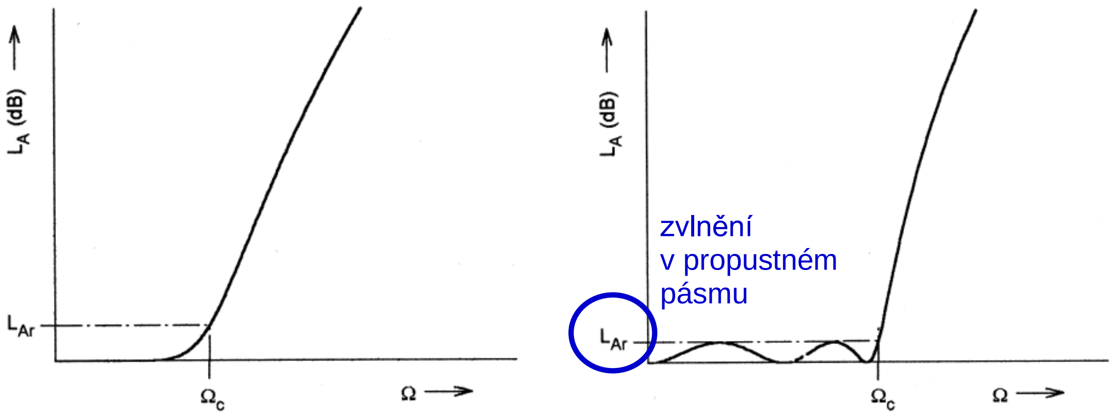
$$L_A\,[\mathrm{dB}] = -S_{21}\,[\mathrm{dB}] \tag{1.14}$$

Obě charakteristiky jsou stejné, jen zrcadlově překlopené podle vodorovné osy (viz obr. 1.8).



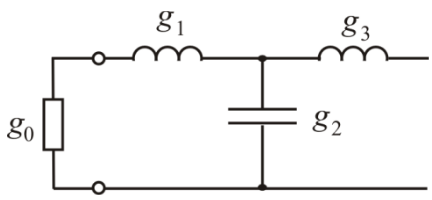
Obr. 1.8 *Charakteristiky filtru. Kmitočtový průběh činitele přenosu S_{21} [dB] (vlevo), činitele útlumu L_A [dB] (vpravo).*

Pro vyjádření kmitočtového průběhu činitele útlumu nejčastěji používáme Butterworthovu aproximaci (obr. 1.9 vlevo) a Čebyševovu aproximaci (obr. 1.9 vpravo).



Obr. 1.9 *Butterworthova (vlevo) a Čebyševova (vpravo) aproximace přenosové charakteristiky filtru. Převzato z [1.1].*

Zatímco Butterworthova charakteristika má nezvlněný průběh v propustném pásmu, Čebyševova charakteristika je v pásmu propustnosti zvlněná. Čím výraznější zvlnění charakteristiky připustíme, tím strmějšího přechodu mezi propustným a nepropustným pásmem dosáhneme.



Obr. 1.10 *Prototypová dolní propust s normovanými hodnotami komponentů.*

Nyní se zaměřme na postup návrhu kmitočtového filtru. Návrhový postup vychází z tzv. prototypové dolní propusti (viz obr. 1.10). Jedná se o propust s normovanou vodivostí zdroje g_0 = 1 a jednotkovým úhlovým mezním kmitočtem Ω_C = 1. Normované hodnoty podélných induktorů příčných kapacitorů jsou pak dány níže uvedenými vztahy.

- Pro Butterworthovu aproximaci platí:

$$g_0 = 1 \tag{1.15a}$$

$$g_i = 2\sin\left[\frac{(2i-1)\pi}{2n}\right] \qquad \text{pro } i = 1\ldots n \tag{1.15b}$$

$$g_{n+1} = 1 \tag{1.15c}$$

kde n je řád filtru (počet induktorů a kapacitorů v obvodu).

- Pro Čebyševovu aproximaci platí:

$$g_0 = 1 \tag{1.16a}$$

$$g_1 = \frac{2}{\gamma}\sin\left(\frac{\pi}{2n}\right) \tag{1.16b}$$

kde n je řád filtru a koeficient γ je dán vztahem

$$\gamma = \sinh\left(\frac{\beta}{2n}\right) \tag{1.16c}$$

a koeficient β závisí na zvlnění charakteristiky v propustném pásmu L_{Ar}

$$\beta = \ln\left[\coth\left(\frac{L_{Ar}}{17{,}37}\right)\right] \tag{1.16d}$$

Dále

$$g_i = \frac{1}{g_{i-1}}\frac{4\sin\left[\frac{(2i-1)\pi}{2n}\right]\sin\left[\frac{(2i-3)\pi}{2n}\right]}{\gamma^2 + \sin^2\left[\frac{(i-1)\pi}{n}\right]} \qquad \text{pro } i = 2,3\ldots n \tag{1.16e}$$

$$g_{n+1} = \begin{cases} 1 & \text{pro } n \text{ liché} \\ \coth^2(\beta/4) & \text{pro } n \text{ sudé} \end{cases} \tag{1.16f}$$

Naprogramováním vztahů (1.15) dostaneme m-funkci pro výpočet normovaných hodnot komponentů Butterworthovy dolní propusti:

```
function [g] = butterworth( N)
g = NaN(1,N+2);         % pro řád N pole koeficientů g(0) až g(N+1)
g(1) = 1;               % koeficient g(0); MATLAB indexuje od 1
for i = 1 : N
    g(i+1) = 2*sin( (2*i-1)*pi/(2*N));
end
g(i+2) = 1;             % koeficient g(N+1)
```

Funkce vrací pro zadaný řád filtru `N` normované hodnoty prvků `g`. Správnost výpočtu hodnot normovaných prvků si můžeme ověřit v níže uvedené tabulce, převzaté z [1.1]:

TABLE 3.1 Element values for Butterworth lowpass prototype filters (g_0 = 1.0, Ω_c = 1, L_{Ar} = 3.01 dB at Ω_c)

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}
1	2.0000	1.0								
2	1.4142	1.4142	1.0							
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0						
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0					
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0				
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0			
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0		
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9616	1.9616	1.6629	1.1111	0.3902	1.0	
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1.0

Naprogramováním vztahů (1.16) dostaneme m-funkci pro výpočet normovaných hodnot komponentů Čebyševovy dolní propusti:

```
function [g] = chebyshev( LAr, N)

g = NaN(1,N+2);        % pro řád N pole koeficientů g(0) až g(N+1)
g(1) = 1;              % koeficient g(0); MATLAB indexuje od 1

beta = log( coth( LAr/17.37));          % výpočet beta (1.16d)
gama = sinh( beta/(2*N));               % výpočet gama (1.16c)

g(2) = (2/gama)*sin(pi/(2*N));          % výpočet g(1); (1.16b)

                                        % vztah (1.16e)
for i = 2 : N
    num = 4*sin(((2*i-1)*pi)/(2*N))*sin(((2*i-3)*pi)/(2*N));
    den = gama^2+sin(((i-1)*pi)/N)*sin(((i-1)*pi)/N);
    g(i+1) = (1/g(i)) * num / den;
end

if( mod( N, 2))                         % vztah (1.16f)
    g(N+2) = 1;
else
    g(N+2) = (coth( beta/4))^2;
end
```

Funkce vrací pro zadaný řád filtru `N` a povolené zvlnění v propustném pásmu `LAr` normované hodnoty prvků `g`. Správnost výpočtu hodnot normovaných prvků si můžeme ověřit v níže uvedené tabulce, převzaté z [1.1]:

TABLE 3.2 Element values for Chebyshev lowpass prototype filters (g_0 = 1.0, Ω_c = 1)

For passband ripple L_{Ar} = 0.01 dB

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}
1	0.0960	1.0								
2	0.4489	0.4078	1.1008							
3	0.6292	0.9703	0.6292	1.0						
4	0.7129	1.2004	1.3213	0.6476	1.1008					
5	0.7563	1.3049	1.5773	1.3049	0.7563	1.0				
6	0.7814	1.3600	1.6897	1.5350	1.4970	0.7098	1.1008			
7	0.7970	1.3924	1.7481	1.6331	1.7481	1.3924	0.7970	1.0		
8	0.8073	1.4131	1.7825	1.6833	1.8529	1.6193	1.5555	0.7334	1.1008	
9	0.8145	1.4271	1.8044	1.7125	1.9058	1.7125	1.8044	1.4271	0.8145	1.0

Nyní jsme v situaci, kdy známe strukturu filtru a normované hodnoty jeho prvků (kapacitorů a induktorů). V dalším kroku je zapotřebí přepočítat normované hodnoty na absolutní hodnoty prvků. K přepočtu využijeme vztahy:

$$L = \left(\frac{\Omega_C}{\omega_C} \right) \gamma_0 g \tag{1.17a}$$

$$C = \left(\frac{\Omega_C}{\omega_C} \right) \frac{g}{\gamma_0} \tag{1.17b}$$

kde $\Omega_C = 1$ je jednotkový úhlový mezní kmitočet a $\omega_C = 2\pi f_C$ značí skutečný úhlový mezní kmitočet, na kterém činitel přenosu nabývá hodnoty $S_{21} = -3$ dB. Symbol g značí normovanou hodnotu prvku, vypočtenou funkcí `butterworth` nebo `chebyshev`. Koeficient γ_0 je dán vztahem

$$\gamma_0 = \frac{Z_0}{g_0} \tag{1.17c}$$

kde Z_0 je charakteristická impedance vedení připojeného ke vstupní bráně (typicky $Z_0 = 50\ \Omega$) a g_0 je normovaná hodnota zdroje vypočtená funkcí `butterworth` nebo `chebyshev`.

Výsledkem návrhu filtru jsou tedy hodnoty indukčností v podélných segmentech filtru a hodnoty kapacit v příčných segmentech filtru. Jednotlivé komponenty filtru popíšeme jejich ABCD maticemi a na závěr vypočítáme kmitočtové charakteristiky navrženého filtru.

Cvičení 1.3

Navrhněte Čebyševovu dolní propust řádu $N = 5$ s mezním kmitočtem $f_C = 3$ GHz a povoleným zvlněním v propustném pásmu $L_{Ar} = 0{,}1$ dB. Vstupní brána filtru bude připojena k vedení s charakteristickou impedancí $Z_0 = 50\ \Omega$.

Řešení

Filtr navrhneme skriptem pro MATLAB. Skript bude sestávat z následujících částí:

- Deklarace vstupních parametrů. Ve skriptu zadáme číselné hodnoty charakteristické impedance vedení na vstupu filtru $Z_0 = 50\ \Omega$, mezního kmitočtu $f_C = 3$ GHz, řádu filtru $N = 5$ a zvlnění přenosové charakteristiky v propustném pásmu $L_{Ar} = 0{,}1$ dB:

```
Z0  = 50;          % char. impedance input, output
fC  = 3e9;         % cutoff frequency

N   = 5;           % filter degree
LAr = 0.1;         % bandpass ripples
```

- Výpočet hodnot induktorů a kapacitorů. Voláním funkce `chebyshev` vypočteme normované hodnoty prvků. Normované hodnoty přepočteme na hodnoty absolutní využitím vztahů (1.17):

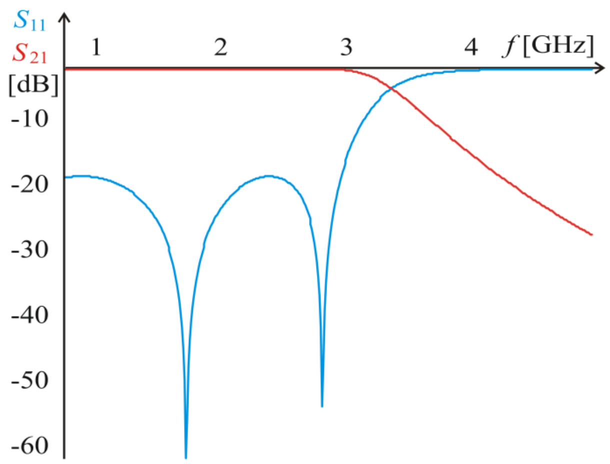
```
g = chebyshev( LAr, N);

gam0 = Z0/g(1);
omC  = 2*pi*fC;    % angular frequency
OMc  = 1;

                  % filter
L1 = (OMc/omC)*gam0*g(2)
```

```
C2 = (OMc/omC)*g(3)/gam0
L3 = (OMc/omC)*gam0*g(4)
C4 = (OMc/omC)*g(5)/gam0
L5 = (OMc/omC)*gam0*g(6)
```

- Výpočet kmitočtového průběhu činitele odrazu a přenosu. V kmitočtovém pásmu 0,8 GHz až 5,0 GHz s frekvenčním krokem 0,01 GHz postupně vyčíslíme úhlový kmitočet $\omega = 2\pi f$, sestavíme ABCD matice jednotlivých induktorů a kapacitorů a vynásobením těchto matic získáme ABCD matici celého filtru. Následně využijeme vztahy (1.13) k přepočtu finální ABCD matice na činitele odrazu na vstupu filtru S_{11} a činitele přenosu filtru S_{21}. V posledním kroku kmitočtové průběhy S_{11} a S_{21} vykreslíme do grafu:

```
f = 0.8e9:0.01e9:5e9

for n=1:length( f)
    om  = 2*pi*f(n);
    ML1 = [ 1, 1i*om*L1; 0, 1];     % ABCD L1
    MC2 = [ 1, 0; 1i*om*C2, 1];     % ABCD C2
    ML3 = [ 1, 1i*om*L3; 0, 1];     % ABCD L3
    MC4 = [ 1, 0; 1i*om*C4, 1];     % ABCD C4
    ML5 = [ 1, 1i*om*L5; 0, 1];     % ABCD L5
    M   = ML1*MC2*ML3*MC4*ML5;

    num = M(1,1)+M(1,2)/Z0-M(2,1)*Z0-M(2,2);
    den = M(1,1)+M(1,2)/Z0+M(2,1)*Z0+M(2,2);
    S11(n) = num/den;
    S21(n) = 2/den;
end

plot( f, 10*log10( S11.*conj(S11)), 'b')
hold on
plot( f, 10*log10( S21.*conj(S21)), 'r')
```

Pro induktory a kapacitory filtru vypočetl skript tyto hodnoty: L_1 = 3,04 nH, C_2 = 1,45 pF, L_3 = 5,24 nH, C_4 = 1,45 pF a L_5 = 3,04 nH. Kmitočtové průběhy S_{11} a S_{21} vykreslené skriptem jsou uvedeny na obr. 1.11.

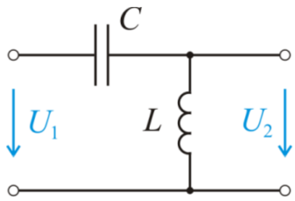


Obr. 1.11 *Kmitočtový průběh činitele odrazu na vstupu filtru S_{11} (modrá) a činitele přenosu filtru S_{21} (červená).*

Tím je návrh filtru dokončen.

Samostatná cvičení

1.1 Na obrázku je nakreslen kmitočtový filtr:



a) Vypočítejte přenos tohoto filtru $S_{21}(\omega) = U_2(\omega) / U_1(\omega)$.

b) O jaký filtr se jedná:

- ☐ dolní propust
- ☐ horní propust
- ☐ pásmová propust

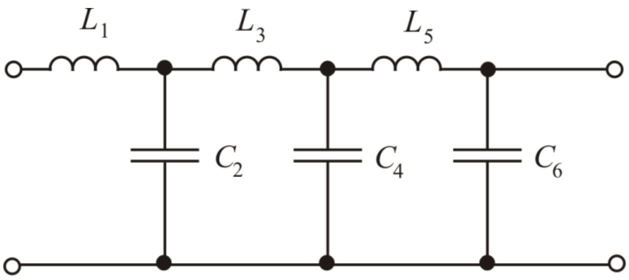
1.2 Kmitočtovým filtrem potřebujeme oddělit dva komunikační kanály, které pracují na blízkých nosných frekvencích.

a) Jaké musíme zvolit parametry filtru, abychom dosáhli co největší strmosti přenosové charakteristiky:

- ☐ Čebyševova charakteristika
- ☐ Butterworthova charakteristika
- ☐ Vyšší řád filtru
- ☐ Nižší řád filtru

b) Načrtněte, jak vypadá Čebyševova přenosová charakteristika.

1.3 Na obrázku je nakreslena dolní propust:



Vyjádřete přenosovou charakteristiku filtru pomocí ABCD matic.

Literatura

[1.1] HONG, J. S., LANCASTER, M. J., *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, New York: J. Wiley and Sons, 2001. ISBN: 0-471-38877-7.