

6.1 Analýza kmitočtové selektivních povrchů

Podrobnější popis

V této vrstvě učebnice se budeme zabývat detailním pohledem na **bázové funkce**, které se při analýze **kmitočtové selektivních povrchů** používají při numerickém hledání rozložení proudu na elementu. Vrstva tedy výjimečně nemá charakter souvislého textu, ale soustředí se jen na řešení dílčího, náročnějšího problému.

Ve **vrstvě A** jsme dospěli pro **kmitočtové selektivní povrch**, sestávající z kovových elementů, ke vztahu pro elektrické pole v oblasti prostorových spekter

$$-\frac{1}{2\omega\epsilon} \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \frac{k^2 - \alpha_m^2}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{-\alpha_m \beta_n}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \\ \frac{-\alpha_m \beta_n}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{k^2 - \beta_n^2}{\sqrt{k^2 - \alpha_m^2 - \beta_n^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x(\alpha_m, \beta_n) \\ J_y(\alpha_m, \beta_n) \end{bmatrix} \exp[j(\alpha_m x + \beta_n y)] = - \begin{bmatrix} E_x^I(x, y) \\ E_y^I(x, y) \end{bmatrix} \quad (6.1B.1)$$

Ve výše uvedeném vztahu značí ω úhlový kmitočet vlny, ϵ je permitivita okolí kmitočtové selektivního povrchu, α_m a β_n jsou **prostorové kmitočty**, k značí **vlnové číslo** ve volném prostoru (ve vakuu), J_x a J_y jsou složky vektoru proudové hustoty na elementu a konečně, E_x^I a E_y^I značí složky vektoru elektrické intenzity dopadající vlny.

Při řešení problému nejprve v řešené rovnici (6.1B.1) aproximujeme neznámé rozložení proudové hustoty pomocí vhodně zvolených **bázových funkcí** a v tuto chvíli neznámých aproximačních koeficientů. Takovou formální aproximaci dosadíme do řešeného vztahu (6.1B.1). Jelikož aproximace řešení nesplňuje výchozí vztah zcela přesně, musíme tuto skutečnost respektovat přičtením zbytkové funkce (**rezidua**). Čím menších hodnot zbytková funkce nabývá, tím přesnější je nalezená aproximace. K minimalizaci rezidua přitom využijeme **Galerkinovu metodu** (reziduum postupně násobíme tolika bázovými funkcemi, kolik je neznámých aproximačních koeficientů; tak dostaneme soustavu N lineárních algebraických rovnic pro N neznámých aproximačních koeficientů).

Při volbě bázových funkcí existují v zásadě dva přístupy. První z nich používá bázové funkce, které nabývají nenulových hodnot na celé analyzované oblasti. Tyto funkce jsou voleny tak, aby fyzikálně odpovídaly **stojatým vlnám** proudu na elementu.

Druhý přístup dělí analyzovanou oblast na menší podoblasti, na nichž je proud aproximován pomocí bázových funkcí, jejichž funkční hodnota je nenulová jen na dané podoblasti. Výhoda tohoto přístupu spočívá v tom, že lze snadno analyzovat kmitočtové selektivní povrchy s libovolně tvarovanými elementy.

Harmonické bázové funkce

Uvažujme **kmitočtové selektivní povrch**, sestávající z pravoúhlých dokonale vodivých elementů o rozměrech a' a b' . Složky proudové hustoty \mathbf{J} lze pak aproximovat následovně [17]

$$\mathbf{J}(x, y) = \sum_{p=0}^P \sum_{q=0}^Q A_{pq} \Psi_{pq}^{TM} + F_{pq} \Psi_{pq}^{TE} \quad (6.1B.2)$$

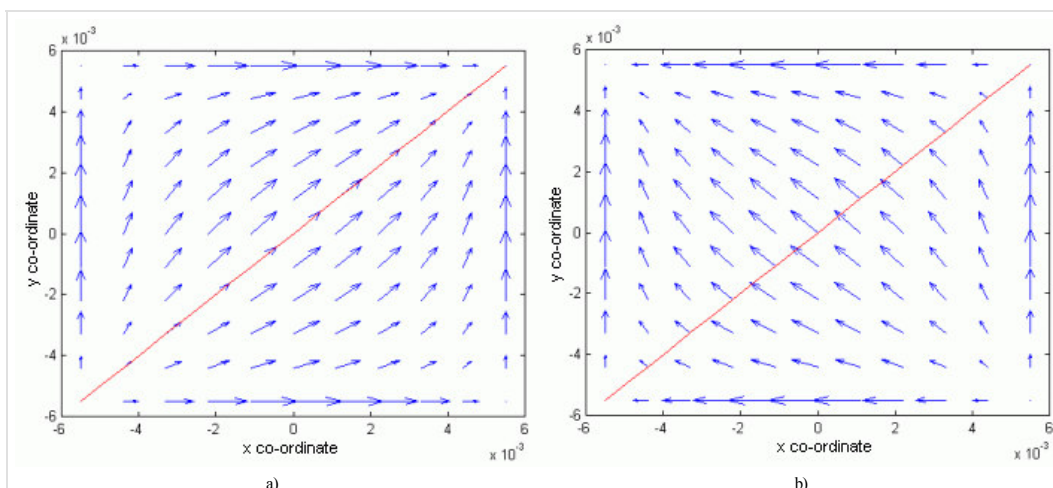
kde

$$\begin{aligned} \Psi_{pq}^{TE}(x, y) &= \left[\frac{p\pi}{a'} \sin\left(\frac{p\pi x}{a'}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b'}\right) \mathbf{u}_x + \frac{q\pi}{b'} \cos\left(\frac{p\pi x}{a'}\right) \sin\left(\frac{q\pi y}{b'}\right) \mathbf{u}_y \right] \exp[j(\alpha_0 x + \beta_0 y)], \\ \Psi_{pq}^{TM}(x, y) &= \left[\frac{p\pi}{b'} \sin\left(\frac{p\pi x}{a'}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{b'}\right) \mathbf{u}_x - \frac{q\pi}{a'} \cos\left(\frac{p\pi x}{a'}\right) \sin\left(\frac{q\pi y}{b'}\right) \mathbf{u}_y \right] \exp[j(\alpha_0 x + \beta_0 y)]. \end{aligned} \quad (6.1B.3)$$

Zde Ψ_{pq}^{TE} a Ψ_{pq}^{TM} představují dvě rozdílné funkce pro **rovnoběžnou polarizaci** a pro **polarizaci kolmou**. Tyto funkce se liší ve dvou ohledech:

1. Indexy p, q pro funkci Ψ_{pq}^{TE} mohou nabývat nulové hodnoty, zatímco pro funkci Ψ_{pq}^{TM} se pohybují od jedné výše.
2. Složka J_y pro **kolmou polarizaci** musí mít opačné znaménko než složka J_y pro **polarizaci rovnoběžnou**.

Abyste měli lepší představu o tom, jaký je vizuální rozdíl mezi proudy buzenými elektrickou intenzitou dopadající vlny, která je rovnoběžná resp. kolmá v rovině dopadu, jsou v obr. 6.1B.1 vykreslena směrová pole proudové hustoty pro vid (1,1) pro rovnoběžnou a kolmou polarizaci.



Obr. 6.1B.1 Směrové pole proudové hustoty vidu (1,1)

a) pro rovnoběžnou polarizaci (vlevo)

b) pro kolmou polarizaci

Rozměry buňky jsou $a=b=12\text{mm}$, rozměry kovového elementu jsou $a' = b' = 12\text{mm}$; $f = 10\text{GHz}$, $\theta = 1^\circ$, $\phi = 45^\circ$, $d = 1.5\text{mm}$, $\epsilon_r = 3.7$. Velikost okrajových proudů byla uměle zmenšena oproti skutečnosti. Poloha roviny dopadu je vyznačena červeně.

Harmonické funkce v kombinaci s Čebyševovými polynomy

$$\mathbf{J}^{TE} = \sin\left[\frac{p\pi}{a'}\left(x + \frac{a'}{2}\right)\right] \frac{T_q(2y/b')}{\sqrt{1-(2y/b')^2}} \mathbf{x} + \frac{T_p(2x/a')}{\sqrt{1-(2x/a')^2}} \sin\left[\frac{q\pi}{b'}\left(y + \frac{b'}{2}\right)\right] \mathbf{y} \quad (6.1B.4a)$$

$$\mathbf{J}^{TM} = \sin\left[\frac{p\pi}{a}\left(x + \frac{a'}{2}\right)\right] \frac{T_q(2y/b')}{\sqrt{1-(2y/b')^2}} x - \frac{T_p(2x/a')}{\sqrt{1-(2x/a')^2}} \sin\left[\frac{q\pi}{b}\left(y + \frac{b'}{2}\right)\right] y \quad (6.1B.4b)$$

Rozdílní oproti předchozímu je v tom, že namísto funkce kosinus nyní vystupuje Čebyševův polynom. Funkce je volena záměrně tak, aby na hranách dosahovala nekonečných hodnot. Tak je zajištěno věrné chování velkých proudů tekoucích po hranách.

Nyní přistoupíme k řešení rovnice (6.1B.1) Galerkinovou metodou: rovnici (6.1B.1) postupně násobíme *bázovými funkcemi* a součín integrujeme přes plochu buňky. Pro ryze harmonické bázové funkce dostaneme soustavu

$$\int_a^b w_m(z)R(z)dz = 0 \quad m = 0, 1, \dots, N,$$

$$\sum_{p,q} A_{p,q} \left\{ \sum_{m,n} \Psi_{rs}^{TE*}(a_m, \beta_n) K(a_m, \beta_n) \Psi_{pq}^{TE}(a_m, \beta_n) \right\} + F_{pq} \left\{ \sum_{m,n} \Psi_{rs}^{TE*}(a_m, \beta_n) K(a_m, \beta_n) \Psi_{pq}^{TE}(a_m, \beta_n) \right\} = \frac{-1}{ab} \iint_{\text{přeselement}} E_{\tan}^I(x, y) \Psi_{pq}^{TE*}(x, y) dx dy, \quad (6.1B.5a)$$

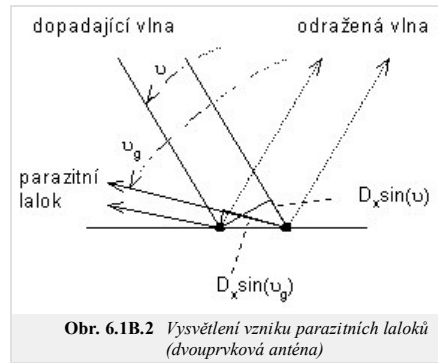
$$\sum_{p,q} A_{p,q} \left\{ \sum_{m,n} \Psi_{rs}^{TM*}(a_m, \beta_n) K(a_m, \beta_n) \Psi_{pq}^{TM}(a_m, \beta_n) \right\} + F_{pq} \left\{ \sum_{m,n} \Psi_{rs}^{TM*}(a_m, \beta_n) K(a_m, \beta_n) \Psi_{pq}^{TM}(a_m, \beta_n) \right\} = \frac{-1}{ab} \iint_{\text{přeselement}} E_{\tan}^I(x, y) \Psi_{pq}^{TM*}(x, y) dx dy. \quad (6.1B.5b)$$

Po vyřešení této soustavy následuje výpočet elektrické intenzity \mathbf{E}^S ve spektrální oblasti. Intenzita \mathbf{E}^S je přítomna na levé straně v rovnici (6.1B.1)

$$\mathbf{E}^S = -\frac{1}{2\omega\epsilon} \sum_{m,n} \begin{bmatrix} \frac{k^2 - a_m^2}{\sqrt{k^2 - a_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{-a_m \beta_n}{\sqrt{k^2 - a_m^2 - \beta_n^2}} \\ \frac{-a_m \beta_n}{\sqrt{k^2 - a_m^2 - \beta_n^2}} & \frac{k^2 - \beta_n^2}{\sqrt{k^2 - a_m^2 - \beta_n^2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_x(a_m, \beta_n) \\ J_y(a_m, \beta_n) \end{bmatrix} \exp[j(a_m x + \beta_n y)] = - \begin{bmatrix} E_x^I(x, y) \\ E_y^I(x, y) \end{bmatrix}. \quad (6.1B.6)$$

Při výpočtu intenzity odražené vlny $\mathbf{E}^S = \mathbf{E}^R$ budeme přitom uvažovat jen základní harmonickou složku na kmitočtu a_0, β_0 . Pokud je perioda a malá (zpravidla ne více jak polovina délky vlny) a kmitočet se pohybuje v okolí první rezonance povrchu, pak ve vzdálené oblasti od povrchu existuje pouze uniformní pole odražené vlny. Pokud podmínka není splněna, může dojít k vybuzení tzv. *parazitních vidů* (vyšší prostorové kmitočty nejsou v blízké zóně odfiltrovány a jim odpovídající vlny se šíří dále).

Nyní si vysvětlíme, co *parazitní vidy* šíření fyzikálně znamenají. K ilustraci slouží obr. 6.1B.2. Zachycuje anténní řadu (dvoupřvkovou), na kterou dopadá pod obecným úhlem ϑ rovinná vlna. Při dopadu dojde k odrazu podle pravidel geometrické optiky. Část energie se však může šířit i ve směru *parazitního laloku* (angl. *grating lobe*).



Obr. 6.1B.2 Vysvětlení vzniku parazitních laloků (dvoupřvková anténa)

Vznik parazitního laloku je podmíněn dosažením fázového zpoždění rovného násobku 2π paskrem 1 na tučně vyznačené trajektorii. Matematicky zapsáno:

$$\beta D_x \sin(\vartheta_g) + \beta D_x \sin(\vartheta) = n2\pi. \quad (6.1B.7)$$

Směr, ve kterém se objeví parazitní lalok, přitom závisí pouze na kmitočtu dopadající vlny a rozestupu anténních elementů. Nejnižší kmitočet, při kterém se pro daný úhel dopadu vybudí *parazitní lalok*, nastane pro případ $\vartheta_g = 90^\circ$:

$$f_{g0} = \frac{nc}{D_x(\sin\vartheta + 1)}. \quad (6.1B.8)$$

Například pro rozestup prvků $a = 21$ mm a kolmém dopadu budící (dopadající) vlny se vybudí první parazitní lalok na kmitočtu

$$f_g = \frac{1 \cdot 3 \cdot 10^8}{0,021 \cdot (\sin 0 + 1)} = 14,3 \text{ GHz}. \quad (6.1B.9)$$