7.2 Průchod Gaussova svazku optickými prvky

Základní teorie

V tomto článku budeme studovat, jak ovlivní parametry Gaussova svazku průchod svazku různými optickými prvky. Pokud necháme Gaussův svazek šířit kruhově symetrickou soustavou tvořenou řadou optických prvků, zůstává svazek stále svazkem gaussovským a pouze se mění jeho parametry. Změnu parametrů Gaussova svazku můžeme jednoduše stanovit pomocí tzv. maticové optiky.

Parametry Gaussova svazku můžeme sledovat v závislosti na poloze bodu pozorování (souřadnice na optické ose) a na úhlu, který svírá průvodič bodu pozorování s optickou osou. V paraxiální aproximaci jsou poloha a úhel vzájemně svázány dvěma algebraickými rovnicemi. Optická soustava je tudíž popsána maticí o rozměru 2 × 2. Tato matice se nazývá maticí svazku. Obecně lze tedy napsat:

$$\begin{aligned} y_2 &= Ay_1 + B\Theta_1 \\ \Theta_2 &= Cy_1 + D\Theta_1 \end{aligned} \qquad \begin{bmatrix} y_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \Theta_1 \end{bmatrix}, \qquad (7.2A.1)$$

kde y_1 je poloha vstupu optického prvku, y_2 je poloha jeho výstupu, θ_1 je úhel na vstupu optického prvku a θ_2 je úhel na jeho výstupu (vzhledem k optické ose).

Zákon ABCD

Označme symbolem q_1 parametry Gaussova svazku ve vstupní rovině optického prvku a symbolem q_2 parametry Gaussova svazku ve výstupní rovině optického prvku. Samotný optický prvek nechť je popsán maticí [A, B; C, D]. Lze ukázat, že všechny právě uvedené veličiny jsou svázány vztahem

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \qquad (7.2A.2)$$

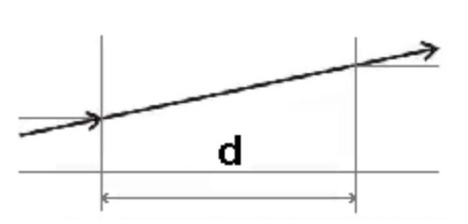
Protože parametry q určují pološířku Gaussova svazku W a jeho poloměr křivosti R, popisuje jednoduchý zákon (7.2A.2), který nazýváme zákonem ABCD, transformaci Gaussova svazku libovolnou paraxiální optickou soustavou.

Přenosové matice jednoduchých optických prvků

V tomto odstavci si uvedeme matice nejčastěji používaných optických prvků.

Šíření vakuem

Za nejjednodušší optickou soustavu můžeme považovat úsek volného prostoru (vyplněného vakuem) o délce d. Protože ve vakuu se vlny šíří podél paprsků, změní se souřadnice paprsku, který prošel vzdálenost d, podle rovnice $y_2 = y_1 + \theta_1 d$ a $\theta_2 = \theta_1$. Přenosová matice **M** se tedy rovná

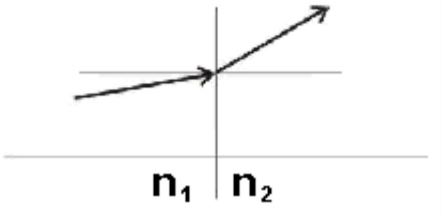


Obr. 7.2A.1 *Šíření vakuem o délce d*

$$M = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (7.2A.3)$$

Lom na rovinném rozhraní

Na rovinném rozhraní mezi dvěma prostředími s indexy lomu n_1 a n_2 se úhly paprsku mění podle Snellova zákona



Obr. 7.2A.2 *Lom na rovinném rozhraní dvou prostředí s různými indexy lomu*

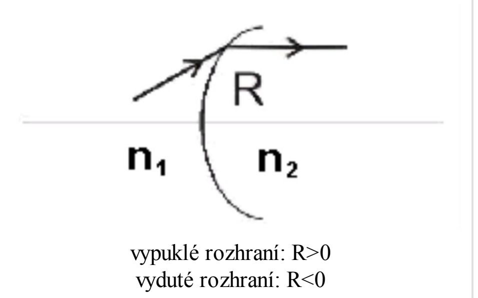
$$n_1 \sin(\Theta_1) = n_2 \sin(\Theta_2). \qquad (7.2A.4)$$

V paraxiální aproximaci platí $n_1\theta_1 \approx n_2\theta_2$, a proto se poloha paprsku nemění, tj. $y_2 = y_1$. Přenosová matice je tedy

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{bmatrix}. \qquad (7.2A.5)$$

Lom na sférickém rozhraní

Vztah mezi úhly θ_1 a θ_2 pro paraxiální paprsky lámající se na sférickém rozhraní mezi dvěma prostředími je dán vztahem



Obr. 7.2A.3 *Lom na sférickém rozhraní dvou různých indexů lomu*

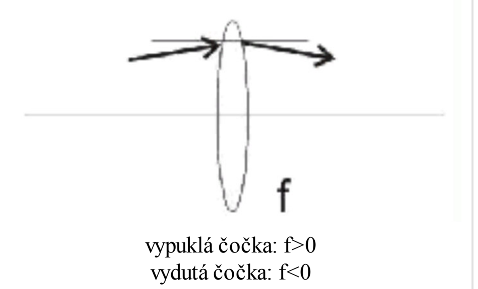
$$\Theta_2 \approx \frac{n_1}{n_2}\Theta_1 - \frac{n_2 - n_1}{n_2 R}\,y. \qquad (7.2A.6)$$

Vzdálenost paprsku od osy se nemění, tj. $y_2 \approx y_1$. Pro tento optický prvek lze tedy zapsat přenosovou matici ve tvaru:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{(n_2 - n_1)}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}. \qquad (7.2A.7)$$

Průchod tenkou čočkou

Vztah mezi úhly θ_1 a θ_2 pro paraxiální paprsky, které procházejí tenkou čočkou s ohniskovou vzdáleností f, je:



Obr. 7.2A.4 *Průchod čočkou o ohniskové vzdálenosti f*

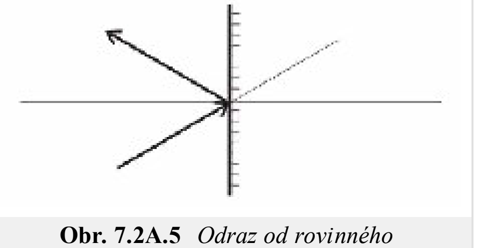
$$\Theta_2 = \Theta_1 - \frac{y}{f} \qquad (7.2A.8)$$

přičemž vzdálenost od osy se nemění. Pro přenosovou matici tedy platí vztah:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}. \qquad (7.2A.9)$$

Odraz od rovinného zrcadla

Při odrazu od rovinného zrcadla se poloha paprsku nemění ($y_2 = y_1$). Pro úhly platí $\theta_2 = \theta_1$. Z toho plyne, že přenosová matice paprsku bude jednotková

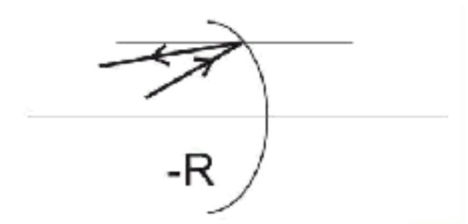


Obr. 7.2A.5 *Odraz od rovinného zrcadla*

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (7.2A.10)$$

Odraz od sférického zrcadla

S využitím (7.2A.9) dostáváme pro zrcadlo přenosovou matici:



vypuklé zrcadlo:
vyduté zrcadlo:

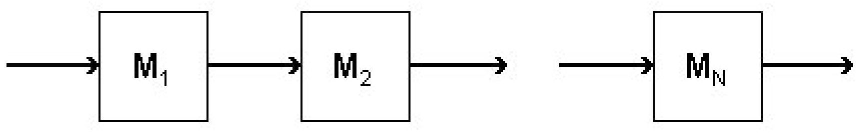
Obr. 7.2A.6 *Odraz od sférického zrcadla*

$$(-\Theta_2) + \Theta_1 \approx \frac{2y}{-R}, \qquad (7.2A.11)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2/R & 1 \end{bmatrix}. \qquad (7.2A.12)$$

Přenosové matice řady optických prvků

Řada optických prvků, jež jsou popsány maticemi $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$, …, $\mathbf{M}_N$, je ekvivalentní jedinému optickému prvku s přenosovou maticí:



Obr. 7.2A.7 *Řazení optických prvků*

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_2 \cdot \ldots \cdot \mathbf{M}_N . \qquad (7.2A.13)$$

Všimněme si pořadí násobení matic. Matice prvku, do něhož vstupuje paprsek nejdříve, je umístěna napravo, takže jako první násobí sloupcovou matici popisující dopadající paprsek.

Podrobnější informace čtenář nalezne v **[16]**.